

## PROGRAMA PARA LA MEJORA DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO. IES TRAYAMAR.

El pasado 18 de junio de 2024 salieron unas **instrucciones de la Viceconsejería de Desarrollo Educativo y Desarrollo Profesional, sobre las medidas para el fomento del razonamiento matemático a través del planteamiento y resolución de retos y problemas en Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria**, que tienen por objeto establecer un marco común para el fomento del razonamiento matemático a través de la resolución de problemas en las mencionadas etapas educativas.

En este sentido, nuestro centro ha elaborado para el curso 2024/2025 un programa cuyo objeto principal es mejorar el razonamiento matemático a través de la resolución de problemas.

Dicho programa incluye los siguientes puntos:

- El planteamiento y resolución de problemas será la columna vertebral y práctica habitual en el aula para abordar el conjunto de capacidades y saberes propios de nuestra materia. Además, se identificarán conexiones y aplicarán las matemáticas en otras áreas, materias o ámbitos del currículo.
- A nivel de centro, vamos a establecer un método común con las estrategias adecuadas para la resolución de situaciones problemáticas, sin perjuicio de estimular en el alumnado la búsqueda de estrategias propias de resolución de problemas.
- Orientaciones didácticas y metodológicas.
- Se establecerá un tiempo definido en el horario para el planteamiento y resolución y problemas.

Es muy común que en la resolución de problemas utilicemos modelos o guías que nos faciliten el camino a recorrer a lo largo de todo el proceso de resolución. Además, existen diversos modelos de resolución de problemas (Polya, Mason-Burton-Stacey...), pero desde el Departamento de Matemáticas hemos visto conveniente basarnos en el propuesto por el matemático español Miguel de Guzmán.

La finalidad de este modelo consiste en adquirir unos cuantos hábitos mentales que capaciten para un manejo eficaz de los problemas.

Este **modelo de Miguel de Guzmán** se basa en cuatro fases:

1. **Familiarización con el problema.** (FAMILIARIZACIÓN)
2. **Búsqueda de estrategias.** (ESTRATEGIAS)
3. **Llevar adelante la estrategia.** (RESOLVER)
4. **Revisar el proceso y sacar conclusiones de él.** (REVISIÓN)

**En la primera fase**, intentaremos sacar todo el mensaje contenido en el enunciado mirando el problema pausadamente y con tranquilidad para saber claramente cuál es la situación de partida, cuál es la de llegada y lo que hay que lograr.

**En la segunda fase**, se debe tratar de acumular distintas formas de ataque del problema. Se trata de que fluyan de la mente muchas ideas, aunque en principio puedan parecer descabelladas, en ocasiones son éstas las que pueden resultar mejores.

Para facilitar el flujo de ideas posibles, nos podemos ejercitar en la práctica de distintas estrategias de resolución de problemas.

**En la tercera fase**, es el momento de juzgar entre todas las estrategias que han surgido, aquella o aquellas que tengan más probabilidad de éxito. Una vez puesta en práctica, si no condujera a éxito lo intentaríamos con otra estrategia hasta dar con la adecuada.

**En la cuarta fase**, analizamos si las estrategias utilizadas han sido idóneas, si la solución tienen sentido con el problema, si hay otras formas de resolver el problema, si podemos generalizar las



conclusiones... Esta parte del proceso puede ser la más provechosa de todas y es la que con más facilidad olvidamos de realizar.

Para poder realizar con éxito la segunda fase del modelo de resolución de problemas nos vamos a centrar en las distintas estrategias de resolución.

Es difícil enumerar de forma exhaustiva las distintas estrategias que intervienen en la resolución de problemas, ya que cada una de ellas se puede subdividir en otras o por el contrario varias estrategias se pueden englobar en una más general. Además, encontrar un tipo de problema en el que solo intervenga una de ellas es como mínimo artificioso, ya que lo normal es que en la resolución de un problema intervengan varias estrategias.

A continuación, vamos a presentar algunas **estrategias de resolución de problemas** junto con un problema que se resuelva mediante esa estrategia. Aunque hay que tener en cuenta que la relación entre un problema y la estrategia utilizada para resolverlo no es unívoca y lo normal es que distintas estrategias resuelvan un mismo problema, o que lo hagamos combinando varias de ellas.

### **ANALOGÍA O SEMEJANZA.**

Esta estrategia es muy útil cuando se tiene cierta experiencia en resolver problemas. Consiste en recordar otros problemas semejantes en los que las relaciones entre sus elementos sean concordantes con las de nuestro problema.

Ante la situación que nos ocupa nos podemos preguntar ¿a qué nos recuerda?, ¿ocurre lo mismo que en aquel problema?...

Problema de aplicación: Calcula el área lateral de un tronco de cono con datos ambos radios y altura del cono. (3ºESO)

Una vez realizado el desarrollo plano de la figura es fácil ver su parecido con un trapecio, ¿se podrá calcular la superficie lateral del tronco de la misma forma?

### **SIMPLIFICAR, PARTICULARIZAR.**

Consiste en pasar de la consideración de un conjunto de objetos dado a considerar un conjunto más pequeño, o incluso un solo objeto, contenido en el conjunto dado hasta que sea posible hacer algún proceso.

A veces nos encontramos con un problema que resulta difícil por su tamaño, por tener demasiados elementos que lo hacen enrevesado. En este caso se puede empezar construyendo un problema más sencillo, tratar de resolverlo y luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente.

66

Problema de aplicación: Tenemos un bidón de aceite con una capacidad de  $\frac{42}{5}$  litros, y queremos

envasarlo en botellas de  $\frac{3}{10}$  litros de capacidad. ¿Cuántas botellas necesitamos? (2ºESO)

En este caso la capacidad expresada en fracciones dificulta la comprensión del problema. Basta con plantear un problema similar utilizando números naturales para que se realice sin dificultad.

### **ORGANIZAR, CODIFICAR.**



Las técnicas asociadas a la organización pasan por realizar: **símbolos apropiados, croquis, gráficos, figuras, diagramas y esquemas.**

Una figura nos presta gran ayuda para resolver un problema, ya que facilita la comprensión del mismo y hace surgir ideas que nos acercan a la solución. Este tipo de estrategia es muy utilizada en problemas geométricos y también en problemas de números donde aparecen fracciones.

Una buena organización suele ir asociada con la elección de una notación o código que organice la búsqueda de posibles caminos hacia la solución.

Es muy común que la resolución de un problema dependa de la utilización de un lenguaje o notación adecuadas. Por ejemplo, en un problema algebraico, mediante una ecuación traducimos del lenguaje común al lenguaje simbólico matemático.

- Los símbolos que utilizamos deben recordarnos el objeto que representan.
- Además, la notación debe ser clara, concisa y que no plantee ambigüedades.

Problema de aplicación: Alejandra y Javier son muy aficionados al tenis y deciden fijar sus propias reglas, de tal forma que se proclamará campeón el primero que gane dos juegos seguidos o tres alternos. Describe el espacio muestral del experimento. (4ºESO)

En este caso la utilización de un diagrama de árbol utilizando la letra A, para indicar que gana Alejandra, y la letra J, para indicar que gana Javier, facilita mucho el estudio de todas las posibilidades.

### **EXPERIMENTAR. ENSAYO Y ERROR.**

Consiste en llevar a cabo una operación sobre los datos, y comprobar si se ha conseguido el objetivo planteado. Repetimos este proceso hasta conseguirlo o probar que es imposible.

Esta estrategia puede ser puesta en práctica de diferentes formas:

- Ensayo y error fortuito: realizado sin pautas y al azar.
- Ensayo y error sistemático: los valores no se eligen a la ventura, sino de manera ordenada, de forma que eliminemos las posibles repeticiones de ensayo agotando las soluciones posibles hasta encontrar lo que buscamos.
- Ensayo y error dirigido: en él contrastamos cada respuesta para ver si estamos cerca o más lejos del objetivo buscado.

Problema de aplicación: Judit y Teodoro fueron de visita escolar a una granja. Durante su estancia vieron un corral con cerdos y gallinas. Teodoro dijo haber contado 18 animales en total. Judit afirma haber contado un total de 50 patas. ¿Cuántos cerdos había? (1ºESO)

En un nivel superior a 1ºESO podemos abordar este problema mediante la codificación con lenguaje algebraico, pero en este nivel es más indicado abordarlo como un problema de números a través del ensayo y error.

- Con ensayo y error fortuito. Damos valores al azar.

Cerdos	Gallinas	Patatas
14	4	64
12	6	60
10	8	...
...		



- Con ensayo y error sistemático. Se van dando valores de forma ordenada 1, 2, 3, 4, ...

Cerdos	Gallinas	Patas
1	17	38
2	16	40
3	15	...
...		

- Con ensayo y error dirigido. Vamos ajustando según los resultados obtenidos.

Cerdos	Gallinas	Patas
10	8	56, nos pasamos. Sobran cerdos
9	9	54, nos pasamos. Sobran cerdos
8	10	52, nos pasamos. Sobran cerdos
7	11	50. ES LA SOLUCIÓN

### EMPEZAR POR EL FINAL

El punto de partida de esta estrategia es considerar el problema resuelto. A veces, un cambio de perspectiva favorece la comprensión del problema. Al imaginar el problema resuelto, aparecen los datos más cercanos a lo que buscamos y más fácilmente encontramos el camino desde donde estamos hasta donde queremos llegar.

Problema de aplicación: Tres personas deciden jugar a tirar monedas a ver si coinciden en cara o cruz. Cada uno arroja una moneda, y el que no coincide con los otros dos pierde. El perdedor debe doblar la cantidad de dinero de cada componente que tenga en ese momento. Después de tres jugadas, cada jugador ha perdido una vez y tiene 240 euros. ¿Cuánto tenía cada uno al principio? (2ºESO)

Desarrollo del juego	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 3	
Después de la 3ª jugada	240	240	240	
Después de la 2ª jugada	120	120	480	Perdió 3º
Después de la 1ª jugada	60	420	240	Perdió 2º
Al principio	390	210	120	Perdió 1º

### EXPERIMENTAR. SACAR LEYES, PAUTAS Y REGULARIDADES.

Las propiedades o situaciones generales de un conjunto de números, figuras, objetos en general se pueden intuir cuando observamos la presencia de ellas en casos particulares. Por tanto, la forma de averiguar si una propiedad es común a varios elementos consiste en experimentar con alguno de ellos.

Problema de aplicación: Toma cuatro números naturales consecutivos y multiplícalos ¿Qué observas? (4ºESO)

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 = 25 - 1 = 5^2 - 1$$



$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 121 - 1 = 11^2 - 1$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360 = 361 - 1 = 19^2 - 1$$

Después de experimentar un poco, parece que el producto de cuatro números naturales consecutivos es igual a un cuadrado perfecto menos uno. ¿Será cierto? ¿Podremos demostrarlo?

Tomemos un ejemplo con números más grande.

$$16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 = 93024 = 305^2 - 1 \quad \text{Parece que funciona.}$$

Observemos ahora los cuadrados. ¿Habrá alguna relación entre ellos? ¿Hay alguna relación entre el 5, el 11 y el 19?

$$5 = 1 \cdot 4 + 1 \quad (\text{Producto de los extremos, más uno})$$

$$11 = 2 \cdot 5 + 1 \quad (\text{Producto de los extremos más uno})$$

$$19 = 3 \cdot 6 + 1 \quad (\text{Producto de los extremos más uno})$$

Con lo que llegaríamos a la situación más general  $a(a+1)(a+2)(a+3) = [a(a+3)+1]^2$  ¿será cierta?

### **DIVIDIR EL PROBLEMA.**

El procedimiento consiste en dividir el problema de forma consciente en partes y resolver cada una de esas partes.

Problema de aplicación: cualquier situación donde nos piden el área o superficie de una figura no regular se resuelve más fácilmente dividiéndola en partes, dividimos el problema en pequeños problemas, para terminar calculando el área pedida sumando o restando las áreas parciales que hemos calculado.

Aunque existen más estrategias, nos hemos centrado en las que tienen una mayor aplicación en la etapa de Educación Secundaria obligatoria.

En cuanto a las orientaciones **metodológicas y didácticas:**

- Utilizar el modelo anteriormente expuesto cuando se afronten situaciones problemáticas, dedicando el tiempo necesario para cada una de las fases descritas.
- Se recomienda, especialmente en los cursos inferiores una plantilla que ayude al alumnado a organizar el trabajo.

FAMILIARIZACIÓN	
ESTRATEGIAS	
RESOLUCIÓN	
CONCLUSIONES	



- Los problemas planteados deberán aparecer en distintos formatos (tablas, gráficos, tickets de compra, carteles de publicidad, etc.) y partir de situaciones significativas para el alumnado.
- Las estrategias utilizadas deben ser variadas.
- Debemos valorar el progreso del alumnado en la búsqueda de soluciones, en el desarrollo de estrategias de razonamiento, es decir en los procesos seguidos, y no solo en los resultados.
- Se potenciará el cálculo mental en la resolución de situaciones problemáticas o retos.
- Cada semana se establecerá un tiempo definido en el horario, en tres días distintos de al menos 30 min. Donde se trabajarán una o varias situaciones problemáticas según la secuencia establecida en este programa.

CURSOS	LUNES	MARTES	MIERC.	JUEVES	VERNES
<b>1ºA</b>	MAT		MAT	MAT	
<b>1ºB</b>		MAT		MAT	MAT
<b>1ºC</b>		MAT	MAT		MAT
<b>1ºD</b>	MAT			MAT	MAT
<b>2ªA</b>	MAT	TC			FQ
<b>2ºB</b>	TC		MAT		FQ
<b>2ºC</b>	TC		MAT	FQ	
<b>2ºDES</b>	TC*		MAT		FQ*
<b>3ºA</b>	MAT		TC		FQ
<b>3ºB</b>		TC		FQ	MAT
<b>3ºC</b>	TC	MAT		FQ	
<b>3ºDIV</b>		TC*		ACT	ACT
<b>4ºA</b>	MAT		ECO/ACT		MAT
<b>4ºB</b>		MAT	ECO/ACT	MAT	
<b>4ºC</b>	MAT			TC/MAT	FQ
<b>4ºDIV</b>	ACT		ACT		ACT

**NOTA:** TC\* Y FQ\* se imparten con el grupo de referencia

